物理学概説2011　期末テスト

2011.8.8

問題１

質点の運動が時刻tの関数として次のように与えられている.

① $x(t)= \mathrm{a}t^2$, $y(t)= \mathrm{b}t+ \mathrm{c}$

② $x(t)= \mathrm{a} \sin 2\omega t$, $y(t)= 2\mathrm{b} \cos 2\omega t$

(1) ①②における質点の軌道をそれぞれ求めよ。

(2) ①における速度のv_x, v_yを求めよ。

(3) ①における加速度の成分a_x, a_yを求めよ。

問題２

位置エネルギーと運動エネルギーについて、次の問題を解け。

質量がm [kg] の質点が、地面から高さh_1 [m]の位置にありv_1 [m/s]の速度で落下している。その後、この質点は高さh_2 [m] ($h_2 < h_1$)の位置でv_2 [m/s]となった。

(1) 運動エネルギーをK [J], 位置エネルギーをU [J]として、高さh_1における運動エネルギーK_1, 位置エネルギーU_1をそれぞれ求めよ。ただし重力加速度はg [m/s^2]とする。

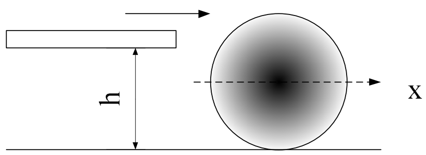
(2) 同様に高さh_2におけるK_2, U_2をそれぞれ求めよ。

(3) 空気抵抗等の抵抗力がない場合、(1)(2)の力学的エネルギーの関係を式で示し、v_2を求めよ。

(4) 空気抵抗がある場合、速度は$v_1 = v_2$、つまり終端速度v_tとなった。この時の力学的エネルギーの減少分ΔE [J]について求めよ。

問題３

図に示すように、半径a [m]のビリヤードの球が平面上に静置されている。球の質量M [kg]としたとき、次の問いに答えよ。



(1)　平面から高さ h [m]の位置から球を棒(キュー)で水平に突いた。この直後の球の重心速度をV[m/s]とした場合、並進運動の方程式は $Fdt=Mdv$ とあらわされる。ただし、F [N]は微小時間 t [s]に x 方向に働いた力である。上の方程式を用いて、力積を求めよ。

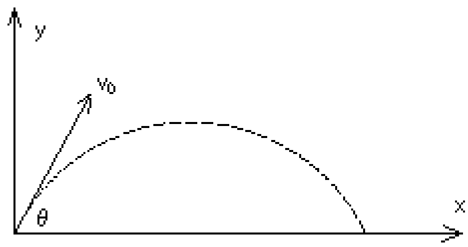
(2) 次に球が中心軸周りに回転運動をした場合、回転運動の方程式は $N_z dt=dL_z$ で表される。この式より、角力積を求めよ。

(3) (2)の力のモーメント N_z [Nm]を、力 F を使って示せ。

(4) 慣性モーメントを $I_z=(2/5)Ma^2$、角運動量との関係を $L_z=I_z\omega$ とした時、角速度ω [rad/s]を、V を使って示せ。

(裏に続く)

問題４
図のように原点から迎角 θ の方向に向かって初速度 v_0 で物体(質点)を打ち上げる場合を考える。
物体の質量を m, 重力加速度を g とする。物体座標を x(t), y(t), 物体速度を $v_x(t)$, $v_y(t)$ とする。



以下の問いに答えよ。
(1)空気抵抗が無い場合の x 方向および y 方向の運動方程式を立てよ。
(2)上式を解いて最高到達点の y 座標を求めよ。
(3)着地点の x 座標を求めよ。

次に速度 v に比例し、逆向きの抵抗力 kv（k は正の比例定数）が作用する場合を考える。
(4) x 方向および y 方向の運動方程式を立てよ。
(5)上式を解き、質点の座標 x(t)および y(t)を求めよ。
(6)上式から y 座標が最高点に達する時間 t を求めよ。

問題５
速度に比例する空気抵抗を受けて振動するばねの重り P の位置 $x(t)$ が次の微分方程式で表される。

$$\ddot{x}+3\dot{x}+\frac{5}{2}x=0 \qquad (1)$$

初期条件 $x(0)=0, \dot{x}(0)=2$ の場合について上式を解き、$x(t)$ を求めよ。また、求めた解は減衰振動、過減衰、臨界減衰のどれに相当するか。

(以上)