

問題 1

質点の運動が時刻 $t$ の関数として次のように与えられている。

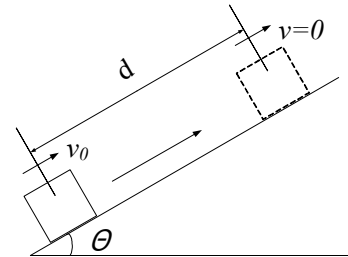
①  $x(t) = 5t, y(t) = 25t^2 + 5t + 10$

②  $x(t) = at, y(t) = \cos \omega t$

- (1) ①②における質点の軌道の式をそれぞれ求めよ。
- (2) ①における速度の $v_x, v_y$ を求めよ。
- (3) ①における加速度の成分 $a_x, a_y$ を求めよ。
- (4) ①における加速度の大きさ $a$ を(3)を使って求めよ。

問題 2

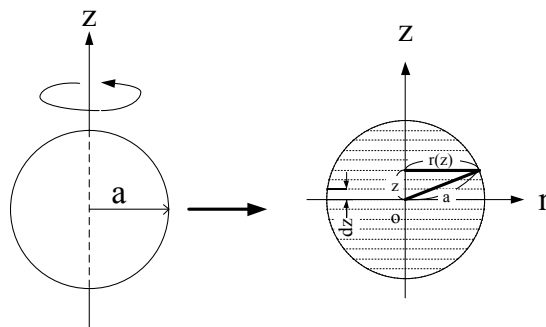
図のように、質量 $m$ の物体が初速度 $v_0$ で角度 $\theta$ の斜面を上昇し、斜面に沿って $d$ だけ進んで静止した。摩擦係数を $\mu$ 、重力加速度を $g$ とおく。図と設問中の記号を使用して次の問いに答えよ。



- (1) 物体に働く力 $F$ と加えられた仕事 $W$ を求めよ。
- (2) 初速度 $v_0$ における運動エネルギー $K$ を求めよ。
- (3) (1)と(2)の関係から $d$ を求めよ。
- (4) 加速度を $a$ とした時の $d$ と $a$ の関係を求めよ。

問題 3

図のように、質量 $M$  半径 $a$ の球(剛体)が $z$ 軸周りを回転している。その時の慣性モーメント $I_z$ を求めるために次のような操作を行った。

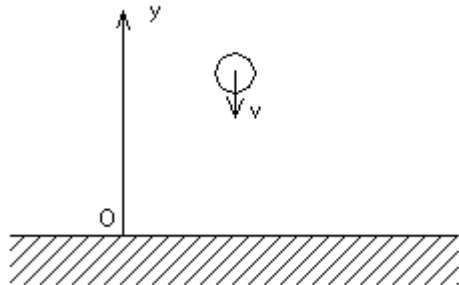


- (1) この球を $z$ 方向に細かく分割して、右図のような厚さ $dz$ の複数の円盤にした。中心からの高さ $z$ における円盤の半径を $r(z)$ と置いた時、 $r(z)$ を $a$ と $z$ の関数として式で表せ。
  - (2) 各円盤の体積を $dv$ とした時、 $dv$ を $r$ を使って表せ。
  - (3) 各円盤の質量を $dm$ とした時、 $dm$ を $a, z$ を使って表せ。ただし、密度を $\rho$ とする。
  - (4) 各円盤の慣性モーメント $dI$ は $dI = (dm/2)r^2$ で表される。 $dI$ を用いて剛体の慣性モーメント $I_z$ を導出せよ。
- (裏に続く)

#### 問題 4

図のように地上  $y_0$  の位置から質量  $m$  の物体を初速度  $v=0$  で落下させた。物体は速度に比例する空気抵抗を受けて落下する。空気抵抗がある場合、物体には以下の外力が作用する。

- ・ 下向きの重力
- ・ 上向きの空気抵抗  $kv$  ( $k$  は正の定数)



物体座標を  $y(t)$ , 速度を  $v(t)$  とする。以下の間に答えよ。

- (1) 物体の運動方程式を求めよ。
- (2) 与えられた初期条件において運動方程式を解き、 $y(t)$  および  $v(t)$  を求めよ。
- (3) 空気抵抗が無い場合の  $y(t)$  および  $v(t)$  を求めよ。
- (4) 空気抵抗がある場合と無い場合の物体座標の差を求めよ。

#### 問題 5

速度に比例する空気抵抗を受けて振動するばねの重り  $P$  の位置  $x(t)$  が次の微分方程式で表される。

$$\ddot{x} + 5\dot{x} + 6x = 0 \quad (1)$$

上式を解いて  $x(t)$  を求めよ。また、求めた解は減衰振動、過減衰、臨界減衰のどれに相当するか。

(以上)